

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM  
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2016-2017  
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)  
Thời gian: 120 phút

**Bài 1:** (1 điểm) Biết  $a$  và  $b$  là các số dương,  $a \neq b$  và

$$\left[ \frac{a(a-4b) + b(b+2a)}{a+b} \right] : \left[ \left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left( \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right) \right] = 2016.$$

Tính  $S = a + b$ .

**Bài 2:** (2 điểm)

a) Giải phương trình:  $x\sqrt{x+5} = 2x^2 - 5x$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (\sqrt{y} + x - 3)(y + \sqrt{x}) = 0 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}.$$

**Bài 3:** (2 điểm) Cho phương trình  $\frac{(x+1)(x^2 + mx + 2m + 14)}{\sqrt{x}} = 0$  (1).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = -8$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho

$$\sqrt{x_2^2 + (m+1)x_2 + 2m + 14} = 3 - \sqrt{x_1}$$

**Bài 4:** (2 điểm)

a) Ông An định cải tạo một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 2,5 lần chiều rộng. Ông thấy rằng nếu đào một cái hồ có mặt hồ là hình chữ nhật thì sẽ chiếm mất 3% diện tích mảnh vườn, còn nếu giảm chiều dài 5m và tăng chiều rộng 2m thì mặt hồ là hình vuông và diện tích mặt hồ giảm được  $20m^2$ . Hãy tính các cạnh của mảnh vườn.

b) Lớp 9A có 27 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Nhân dịp sinh nhật của bạn X (là một thành viên của lớp), các bạn trong lớp có rất nhiều món quà tặng X. Ngoài ra mỗi bạn nam của lớp làm 3 tấm thiệp và mỗi bạn nữ, xếp 2 hoặc 5 con hạc để tặng bạn X. Biết số tấm thiệp và số con hạc bằng nhau, hỏi bạn X là nam hay nữ?

**Bài 5:** (3 điểm)

Tam giác đều ABC có tâm O,  $AB = 6a$  và các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC mà  $AM = AN = 2a$ . Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, AC và MN.

a) Chứng minh các điểm M, N, B, C cùng thuộc một đường tròn T. Tính diện tích tứ giác BMNC theo a

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác IJK. Chứng minh đường tròn đường kính NC tiếp xúc với AI.

c) AE tiếp xúc với đường tròn T tại E (E và B cùng phía đối với đường thẳng AI). Gọi F là trung điểm của OE, tính số đo góc AFJ.

 HẾT 

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM  
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2016-2017  
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)

Thời gian: 120 phút

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Bài 1:** (1 điểm) Biết a và b là các số dương,  $a \neq b$  và

$$\left[ \frac{a(a-4b)+b(b+2a)}{a+b} \right] : \left[ \left( \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left( \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right) \right] = 2016.$$

Tính  $S = a + b$ .

Ta có: 
$$\left[ \frac{a(a-4b)+b(b+2a)}{a+b} \right] : \left[ \left( \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left( \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right) \right] = 2016$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{a^2 - 4ab + b^2 + 2ab}{a+b} \right) : \left[ (a - \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab})(a + \sqrt{ab} + b + \sqrt{ab}) \right] = 2016$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a-b)^2}{a+b} : \left[ (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 \right] = 2016$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a-b)^2}{a+b} \cdot \frac{1}{(a-b)^2} = 2016 \Leftrightarrow \frac{1}{a+b} = 2016 \Leftrightarrow S = a + b = \frac{1}{2016}$$

**Bài 2:** (2 điểm)

a) Giải phương trình:  $x\sqrt{x+5} = 2x^2 - 5x$

Điều kiện:  $x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$ , phương trình đã cho trở thành:

$$x(\sqrt{x+5} - 2x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x+5} - 2x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x+5} = 2x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 5 \geq 0 \\ x + 5 = 4x^2 - 20x + 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq \frac{5}{2} \\ 4x^2 - 21x + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq \frac{5}{2} \\ (x-4)(4x-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq \frac{5}{2} \\ x = 4 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 4 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy  $S = \{0; 4\}$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (\sqrt{y+x}-3)(y+\sqrt{x}) = 0 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$$

**Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835**

Điều kiện:  $x \geq 0; y \geq 0$ , hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} \sqrt{y} + x - 3 = 0 \\ y + \sqrt{x} = 0 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} + x - 3 = 0 & \text{(I)} \\ x^2 + y = 5 \\ y + \sqrt{x} = 0 & \text{(II)} \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$$

Giải hệ (I),  $\begin{cases} \sqrt{y} + x - 3 = 0 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = 3 - x \\ x^2 + (3 - x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = 3 - x \\ x^2 + (3 - x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = 3 - x \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = 3 - x \\ (x - 1)(x - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = 3 - x \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Giải hệ (II),  $\begin{cases} y + \sqrt{x} = 0 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{x} \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$  mà  $x \geq 0, y \geq 0$  nên  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ 0^2 + 0 = 5 \text{ (vô lí)} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$  hay  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

**Bài 3:** (2 điểm) Cho phương trình  $\frac{(x+1)(x^2 + mx + 2m + 14)}{\sqrt{x}} = 0$  (1).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = -8$ .

Điều kiện:  $x > 0$ . Khi đó, phương trình (1), trở thành:  $x^2 + mx + 2m + 14 = 0$  (2)

Thế  $m = -8$  vào phương trình (2), ta được:  $x^2 - 8x + 2(-8) + 14 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + 3\sqrt{2} \text{ (nhận)} \\ x = 4 - 3\sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases}. \text{ Vậy khi } m = -8 \text{ thì phương trình (1) có tập nghiệm là } S = \{4 + 3\sqrt{2}\}$$

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho

$$\sqrt{x_2^2 + (m+1)x_2 + 2m + 14} = 3 - \sqrt{x_1}$$

$$x^2 + mx + 2m + 14 = 0 \quad (2)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(1)(2m + 14) = m^2 - 8m - 56$$

Theo định lí Vi-et, ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -m \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 2m + 14 \end{cases}$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) phải có 2 nghiệm phân biệt dương.

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ m^2 - 8m - 56 > 0 \\ -m > 0 \\ 2m + 14 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m - 56 > 0 \\ m < 0 \\ m > -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m - 56 > 0 \\ -7 < m < 0 \end{cases} (*)$$

Vì  $x_2$  là nghiệm của phương trình (2) nên ta có:  $x_2^2 + mx_2 + 2m + 14 = 0$

Ta có:  $\sqrt{x_2^2 + (m+1)x_2 + 2m+14} = 3 - \sqrt{x_1}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x_2^2 + mx_2 + 2m + 14} + x_2 = 3 - \sqrt{x_1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x_2} = 3 - \sqrt{x_1} \text{ (vì } x_2^2 + mx_2 + 2m + 14 = 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9$$

$$\Leftrightarrow -m + 2\sqrt{2m+14} = 9$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2m+14} = m+9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+9 \geq 0 \\ 4(2m+14) = m^2 + 18m + 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -9 \\ m^2 + 10m + 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -9 \\ m = -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -5 \text{ (nhận)}$$

**Bài 4:** (2 điểm)

a) Ông An định cải tạo một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 2,5 lần chiều rộng. Ông thấy rằng nếu đào một cái hồ có mặt hồ là hình chữ nhật thì sẽ chiếm mất 3% diện tích mảnh vườn, còn nếu giảm chiều dài 5m và tăng chiều rộng 2m thì mặt hồ là hình vuông và diện tích mặt hồ giảm được  $20m^2$ . Hãy tính các cạnh của mảnh vườn.

Gọi  $x(m)$  là chiều dài của hồ;  $y(m)$  là chiều rộng của hồ. ( $x > y > 0$ )

Chiều dài của hồ sau khi giảm 5m là  $x - 5$  (m)

Chiều rộng của hồ sau khi tăng 3m là  $y + 3$  (m)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 5 = y + 2 \\ xy - (x - 5)(y + 2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 7 \\ xy - xy - 2x + 5y + 10 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 14 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 15 \end{cases}$$

Suy ra diện tích hồ có mặt hồ là hình chữ nhật là:  $15 \cdot 8 = 120$  ( $m^2$ )

Vì hồ có mặt hồ là hình chữ nhật thì sẽ chiếm mất 3% diện tích mảnh vườn nên diện tích mảnh vườn là:

$$120 : (3\%) = 4000$$
 ( $m^2$ )

Gọi  $a$  (là) chiều rộng của mảnh vườn ( $a > 0$ )

Chiều dài của mảnh vườn là:  $2,5a$  (m)

Diện tích của mảnh vườn là:  $2,5a^2$  ( $m^2$ )

Ta có phương trình:  $2,5a^2 = 4000$   $25a^2 = 4000 \Leftrightarrow a = 40$  (do  $a > 0$ )

Suy ra chiều dài mảnh vườn là  $2,5 \cdot 40 = 100$  (m)

Vậy: mảnh vườn có chiều rộng là 40m; chiều dài là 100m.

b) Lớp 9A có 27 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Nhân dịp sinh nhật của bạn X (là một thành viên của lớp), các bạn trong lớp có rất nhiều món quà tặng X. Ngoài ra mỗi bạn nam của lớp làm 3 tấm thiệp và mỗi bạn nữ, xếp 2 hoặc 5 con hạc để tặng bạn X. Biết số tấm thiệp và số con hạc bằng nhau, hỏi bạn X là nam hay nữ?

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

Gọi x là số bạn nữ xếp 2 con hạc; y là số bạn nữ xếp 5 con hạc ( $x, y \in \mathbb{N}^*$ )

Nếu X là bạn nữ, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 5y = 27.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{47}{3} \end{cases} \text{ (loại vì } x, y \in \mathbb{N}^*)$$

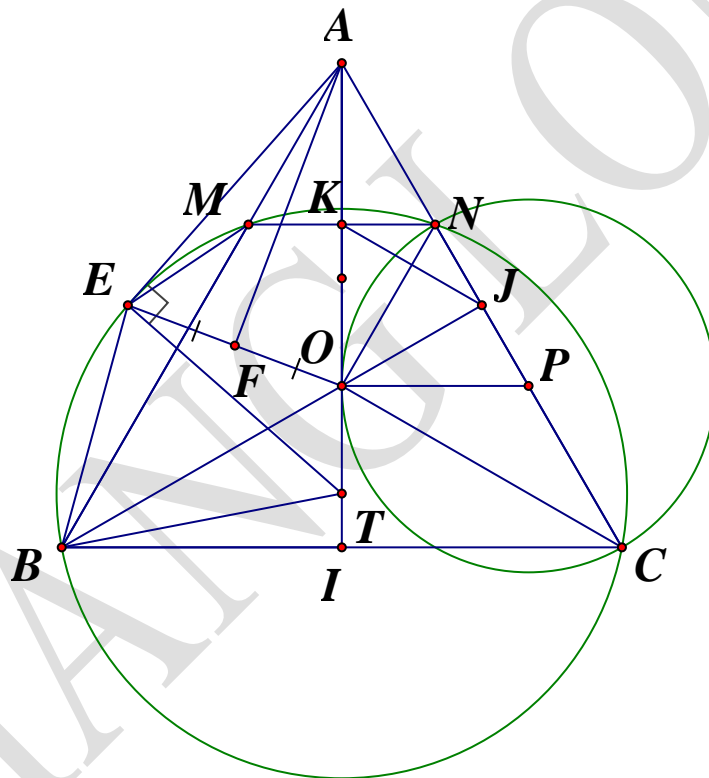
Nếu X là bạn nam, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 2x + 5y = 26.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 14 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy X là bạn nam.

**Bài 5:** (3 điểm)

Tam giác đều ABC có tâm O,  $AB = 6a$  và các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC mà  $AM = AN = 2a$ . Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, AC và MN.



a) Chứng minh các điểm M, N, B, C cùng thuộc một đường tròn T. Tính diện tích tứ giác BMNC theo a.

Xét  $\triangle AMN$ , ta có:

$$AM = AN = 2a \Rightarrow \triangle AMN \text{ cân tại } A. \text{ Mà } \angle MAN = 60^\circ \text{ nên } \triangle AMN \text{ đều. } \Rightarrow \begin{cases} \angle AMN = 60^\circ \\ MN = 2a \end{cases}$$

Xét tứ giác BMNC, ta có:  $\angle AMN = \angle ACB (= 60^\circ) \Rightarrow$  Tứ giác BMNC nội tiếp.

Ta có:  $\begin{cases} MN \parallel BC \\ AK \perp MN \Rightarrow A, K, I \text{ thẳng hàng.} \\ AI \perp BC \end{cases}$

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AI = AC \sin ACB = 3a\sqrt{3} \\ AK = AC \sin ANM = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow IK = AI - AK = 2a\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có: } S_{BMNC} = \frac{1}{2} IK(MN + BC) = 8a^2\sqrt{3}$$

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác IJK. Chứng minh đường tròn đường kính NC tiếp xúc với AI.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} NJ = AJ - AN = 3a - 2a = a \\ NK = \frac{1}{2} MN = \frac{1}{2} \cdot 2a = a \end{cases} \Rightarrow NJ = NK$$

Xét  $\triangle OJN$  vuông tại K và  $\triangle OKN$  vuông tại K, ta có:

$$\begin{cases} \text{ON cạnh chung} \\ NK = NJ \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \triangle OJN = \triangle OKN \text{ (ch - cvg)} \Rightarrow OJ = OK \text{ (1)}$$

$$\text{Cmтт, ta được: } OJ = OK \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $OI = OJ = OK \Rightarrow \triangle IJK$  nội tiếp đường tròn tâm O bán kính  $OI = a\sqrt{3}$

Gọi P là trung điểm của CN.

Ta có: KNCI là hình thang có OP là đường trung bình.

$$\Rightarrow OP = \frac{1}{2}(KN + CI) = 2a = PN = PC \Rightarrow O \text{ thuộc đường tròn đường kính CN. Mà } PO \perp AI \text{ tại O}$$

Nên AI là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CN.

Vậy đường tròn đường kính NC tiếp xúc với AI.

c) AE tiếp xúc với đường tròn T tại E (E và B cùng phía đối với đường thẳng AI). Gọi F là trung điểm của OE, tính số đo góc AFJ.

Xét  $\triangle AEM$  và  $\triangle ABE$ , ta có:

$$\begin{cases} \text{A chung} \\ \text{AEM} = \text{ABE} \end{cases} \Rightarrow \triangle AEM \sim \triangle ABE \Rightarrow \dots \Rightarrow AE^2 = AM \cdot AB = 12a^2$$

$$\Rightarrow AE = AO (= 2\sqrt{3}) \Rightarrow \triangle AEO \text{ cân tại A.}$$

$$\Rightarrow AF \text{ là đường cao (F là trung điểm của OE)} \Rightarrow \text{AFO} = 90^\circ \Rightarrow \text{Tứ giác AFOJ nội tiếp.}$$

$$\Rightarrow \text{AFI} = \text{AOJ} = 60^\circ$$

**HẾT**